

Graphics with Processing



2013-08 モデルビュー変換

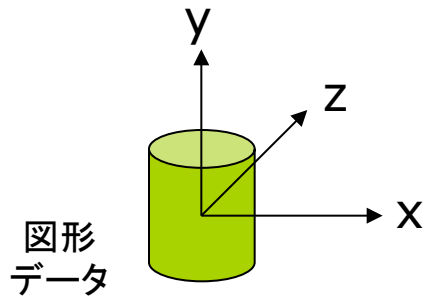
<http://vilab.org>

塩澤秀和

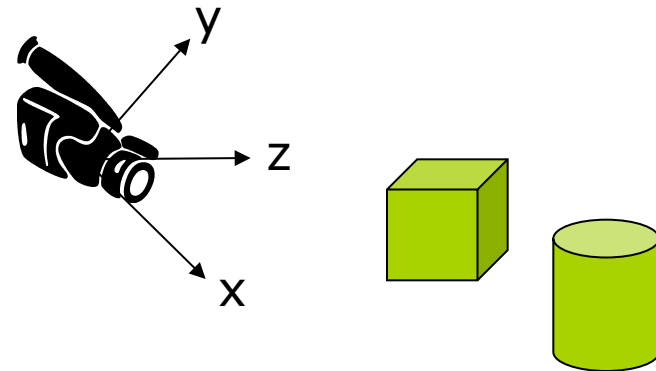
8.1 3DCGの座標系(p.41)

□ ローカル(モデリング)座標系

■ オブジェクトの座標系

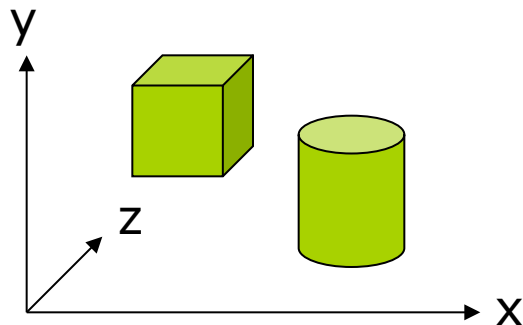


□ 視点(カメラ)座標系

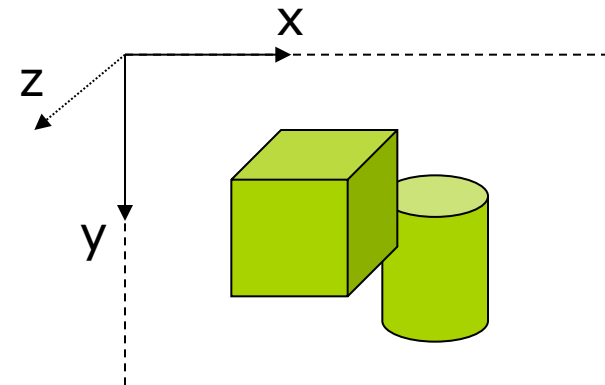


□ ワールド座標系

■ 3次元世界の座標系

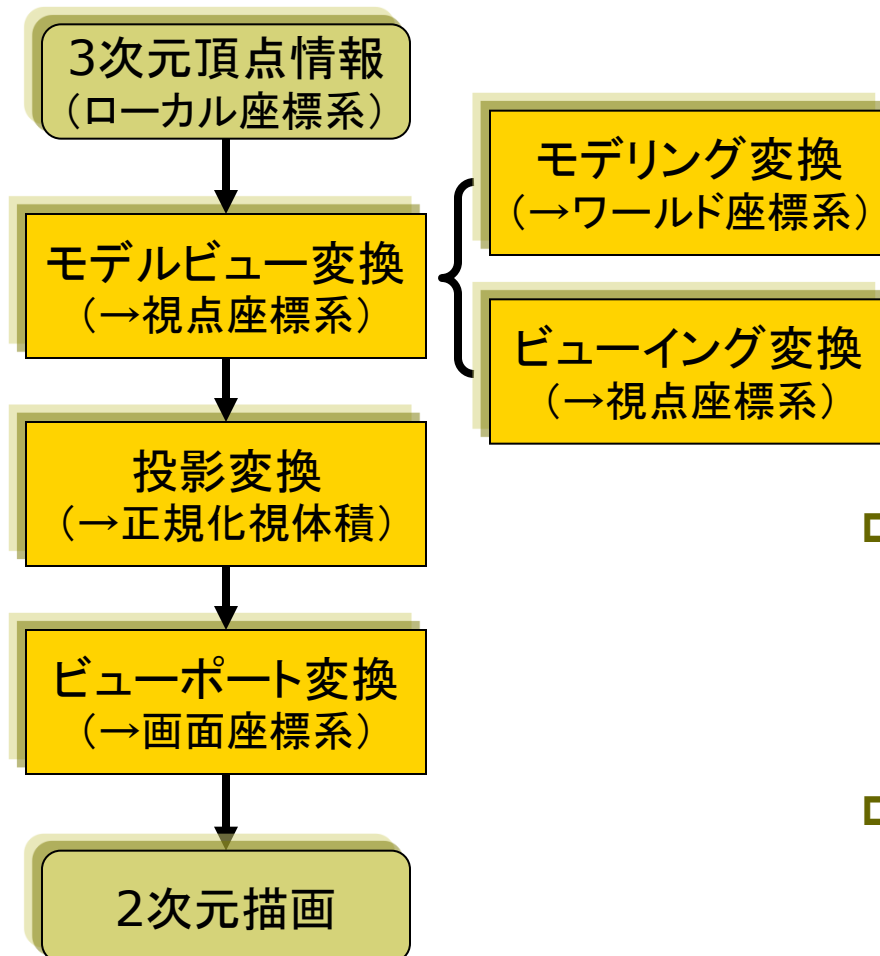


□ 画面(デバイス)座標系



8.2 3DCGの座標変換(p.41)

□ ビューイングパイプライン



□ モデルビュー変換

- オブジェクト(図形・物体)と視点(カメラ)の位置関係の設定
- モデリング変換:
オブジェクトの配置
- ビューイング変換(視野変換):
視点の位置設定
- `translate()`, `scale()`,
`rotate{X,Y,Z}()`, `camera()`

□ 投影変換(次回)

- 投影面へ(正規化視体積へ)
- 平行投影: `ortho()`
- 透視投影: `perspective()`

□ ビューポート変換

- 正規化視体積から画面座標へ
(自動)

8.3 モデルビュー変換

モデリング変換

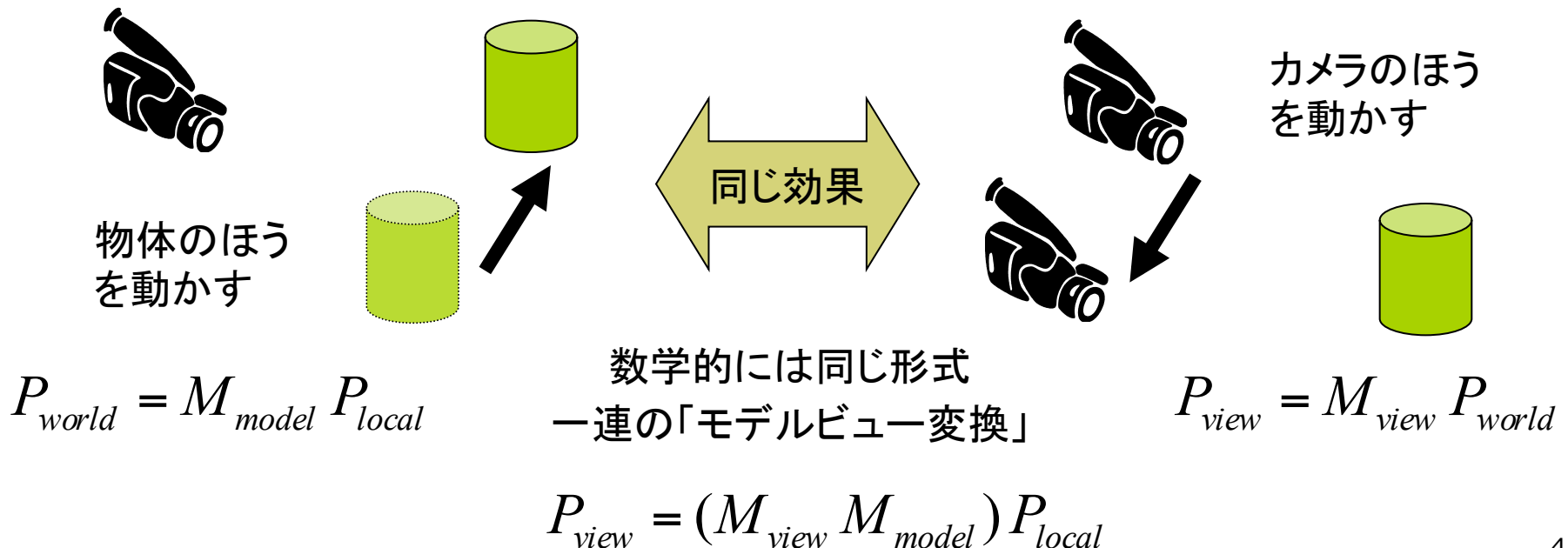
□ オブジェクトの位置設定

- 目的: ワールド座標系に個々の3Dモデルを配置する
- 変換前: ローカル座標系
- 変換後: ワールド座標系

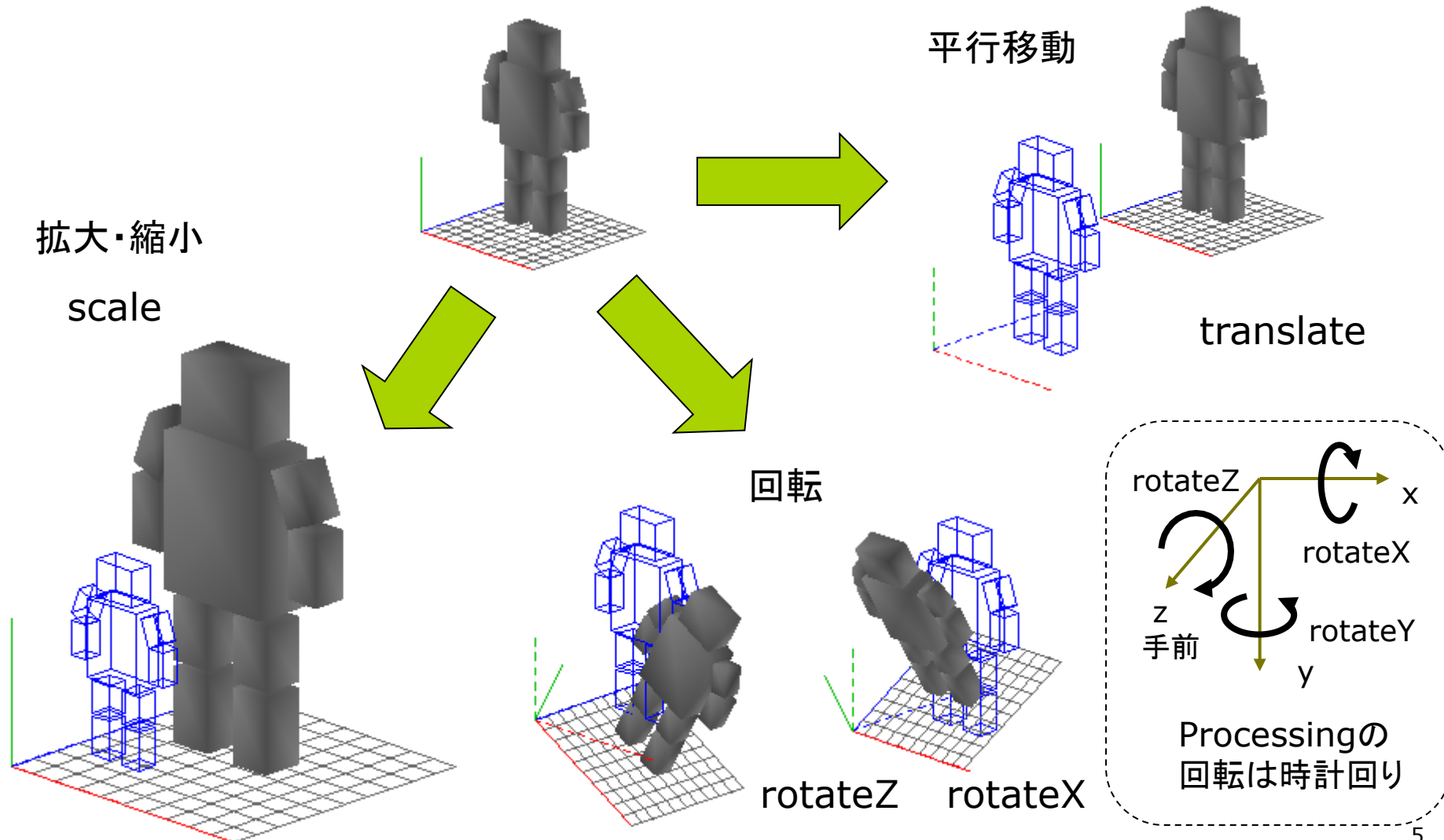
ビューイング変換(視野変換)

□ 視点(カメラ)の位置設定

- 目的: 投影計算のために, 座標の原点を視点に移動する
- 変換前: ワールド座標系
- 変換後: 視点座標系



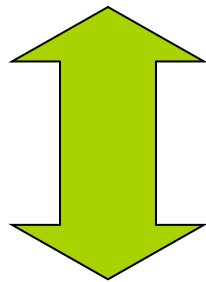
8.4 3次元幾何変換(p.28)



8.5 3次元同次座標 (p.28)

3次元同次座標

$$(x, y, z, w)$$



同次座標

直交座標

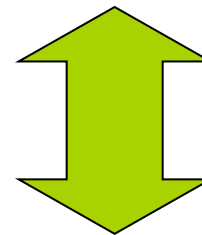
$$\left(\frac{x}{w}, \frac{y}{w}, \frac{z}{w} \right)$$

通常, $w=1$ で用いる

$$(x, y, z)$$

3次元アフィン変換

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & t_x \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & t_y \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$



同次座標による表現

直交座標による表現

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix}$$

8.6 3次元幾何変換(1)

3次元幾何変換

□ 平行移動

$$x' = x + t_x$$

$$y' = y + t_y$$

$$z' = z + t_z$$

□ 拡大・縮小

$$x' = s_x x$$

$$y' = s_y y$$

$$z' = s_z z$$

同次座標を用いた表現

□ 平行移動

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

□ 拡大・縮小

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

8.7 3次元幾何変換(2)

□ z軸まわりの回転

$$x' = x \cos \theta - y \sin \theta$$

$$y' = x \sin \theta + y \cos \theta$$

$$z' = z$$

□ x軸まわりの回転

$$x' = x$$

$$y' = y \cos \theta - z \sin \theta$$

$$z' = y \sin \theta + z \cos \theta$$

□ y軸まわりの回転

$$x' = z \sin \theta + x \cos \theta$$

$$y' = y$$

$$z' = z \cos \theta - x \sin \theta$$

□ z軸まわりの回転

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

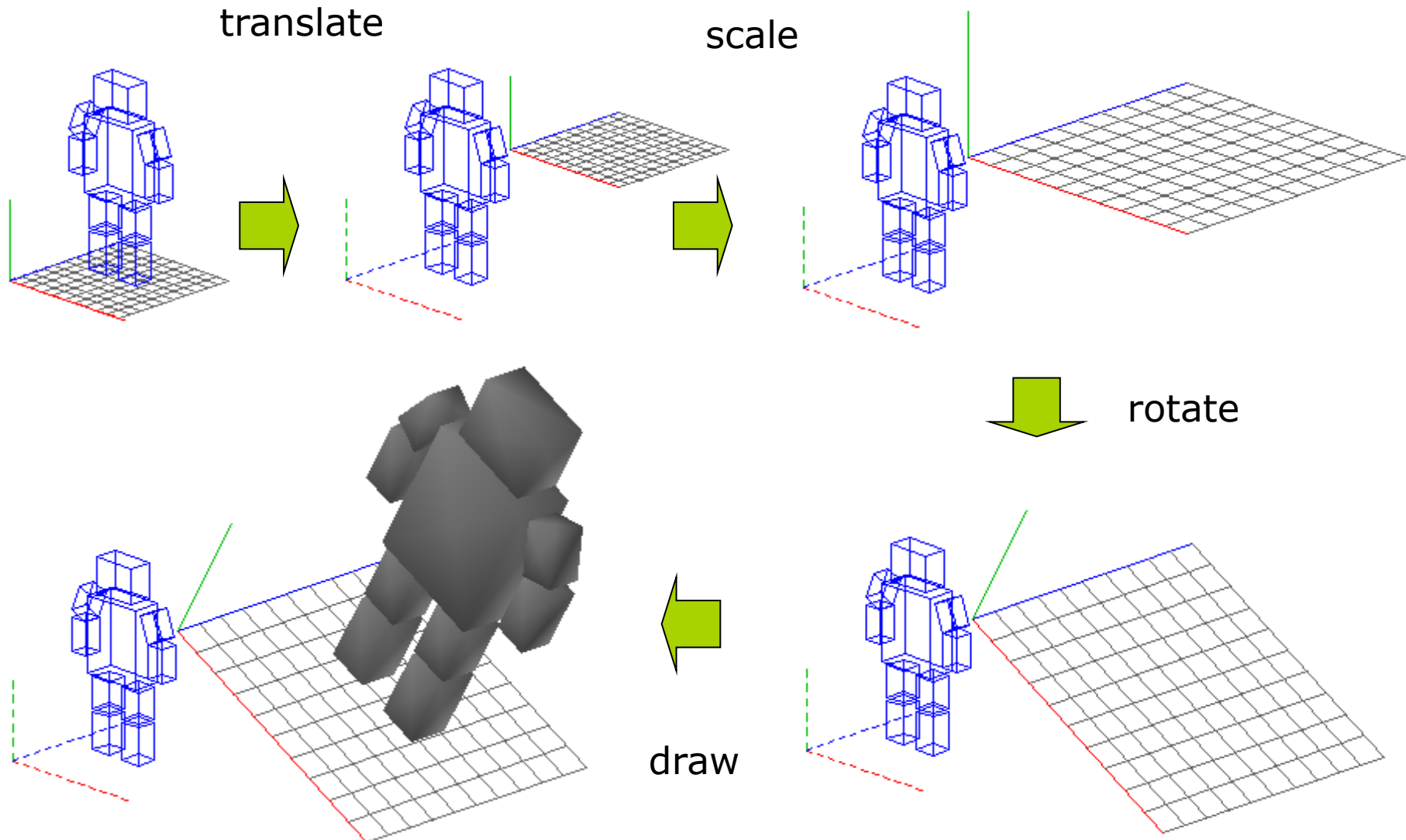
□ x軸まわりの回転

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

□ y軸まわりの回転

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

8.8 幾何変換の合成(p.31)



8.9 合成変換行列

モデリング変換行列

□ 同次変換行列の積になる

$$P_{world} = M_1 M_2 M_3 \cdots M_n P_{local}$$

$$M_{model} = M_1 M_2 M_3 \cdots M_n$$

□ Processingコード

```
translate(0, 100, 300); // M1
scale(2, 2, 2); // M2
rotateZ(PI/6); // M3
// 図形描画...
```

$$\begin{bmatrix} x_{world} \\ y_{world} \\ z_{world} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 100 \\ 0 & 0 & 1 & 300 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\pi/6) & -\sin(\pi/6) & 0 & 0 \\ \sin(\pi/6) & \cos(\pi/6) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{local} \\ y_{local} \\ z_{local} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_{world} \\ y_{world} \\ z_{world} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & -1 & 0 & 0 \\ 1 & \sqrt{3} & 0 & 100 \\ 0 & 0 & 2 & 300 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{local} \\ y_{local} \\ z_{local} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\therefore M_{model} = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & -1 & 0 & 0 \\ 1 & \sqrt{3} & 0 & 100 \\ 0 & 0 & 2 & 300 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

8.10 変換行列の操作 (p.45)

複数オブジェクトの配置

行列スタックの操作

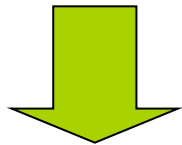
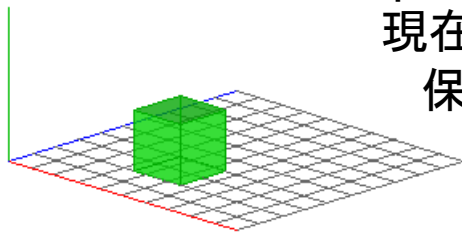
□ pushMatrix()

- システム変換行列(座標系)を一時的に退避する
- 階層モデリングに利用される

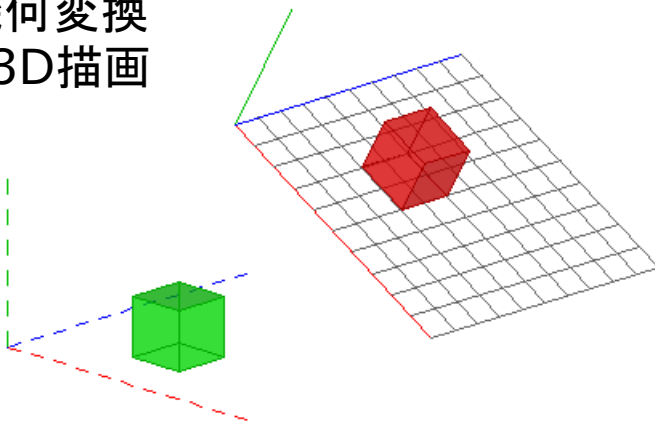
□ popMatrix()

- 最近保存した変換行列を戻す
- pushとpopは必ず対にすること

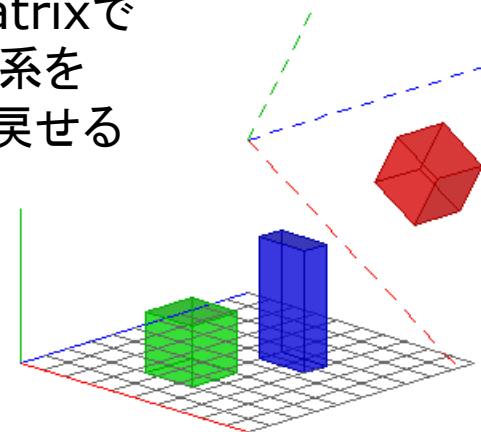
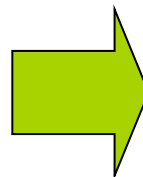
pushMatrixで
現在の座標系を
保存しておく



幾何変換
と3D描画



popMatrixで
座標系を
もとに戻せる



8.11 ビューイング変換(p.42)

ビューイング変換(視野変換)

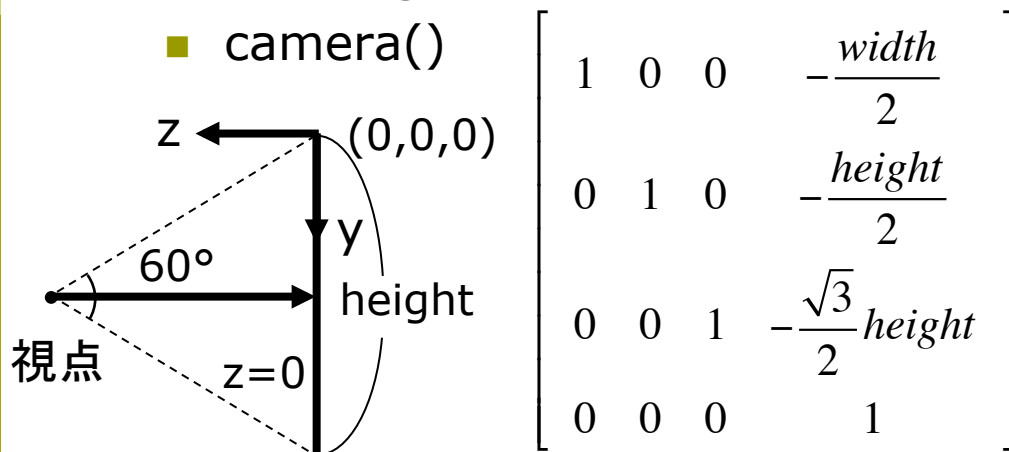
□ 視点と視線の設定

- 視点を設定し, そこが原点となるように座標系を平行移動
- さらに, 視線の向きがz軸の負の向きとなるように座標系を回転
- ワールド座標系→視点座標系

$$P_{view} = M_{view} P_{world}$$

□ Processingのデフォルト

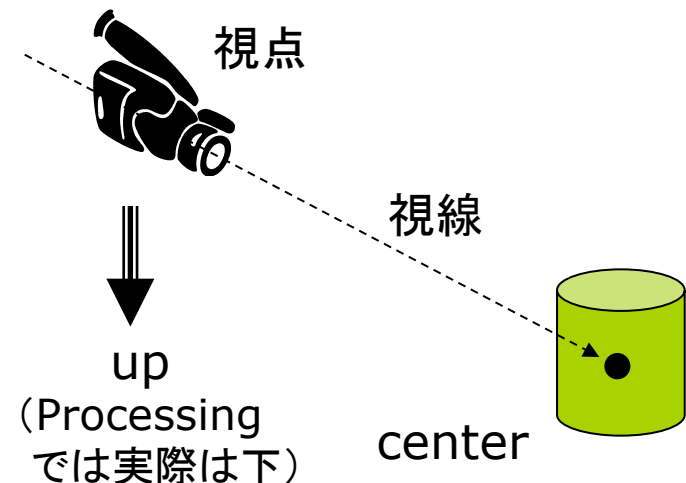
- camera()



視点設定関数

- camera(eyeX, eyeY, eyeZ, centerX, centerY, centerZ, upX, upY, upZ)

- eye: カメラ(視点)の座標
- center: カメラで狙う座標
- up: 上下方向を示すベクトル
- **モデリング変換より前に書くこと**



8.12 演習課題

課題

問1) 右のプログラムを実行してから
以下の問いに答えなさい

- camera関数が表すビューイング変換を行列(M_{view})で示しなさい
- さらに, ★の箇所でのモデリング変換(M_{model})を求めなさい
- 両者を合成し, モデルビュー変換 $M_{\text{view}}M_{\text{model}}$ を求め, boxの座標を視点座標系に変換しなさい
- 次回, **A4レポート用紙**で提出

問2) 複数の図形(boxなど)を使い,
立体の文字やマークなどを組み
立てるプログラムを作成しなさい

- 棒1本で「I」などはダメ
- 回転など動きをつけるとよい

// 「イ」と書く例

```
void setup() {
  size(500, 400, P3D);
  noLoop();
}
```

```
void draw() {
  background(0); lights();
  perspective();
  camera(0, 0, 300, 0, 0, 0, 0, 1, 0);
  printCamera(); // ← これがヒント
  rotateY(PI/6);
  fill(#ff5050); noStroke();
  pushMatrix();
    translate(-10, -30, 0);
    rotateZ(-PI/4);
    box(200, 50, 50);
  popMatrix();
  pushMatrix();
    translate(0, 50, 0);
    box(50, 150, 50); // ← ★
  popMatrix();
}
```