Graphics with Processing

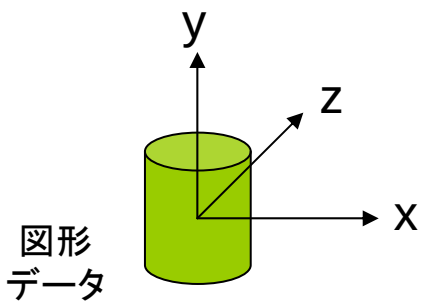
2009-08 モデルビュー変換

http://vilab.org

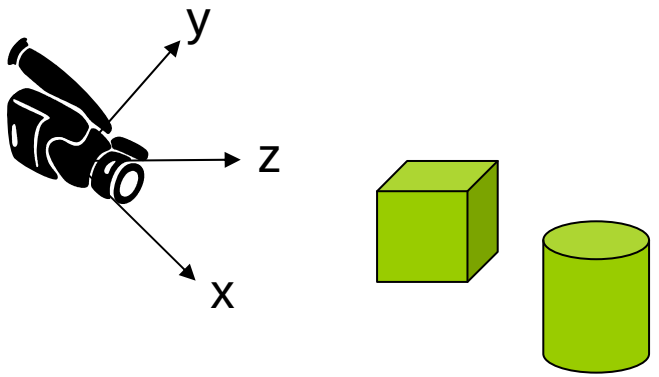
塩澤秀和

8.1 3DCGの座標系(p.41)

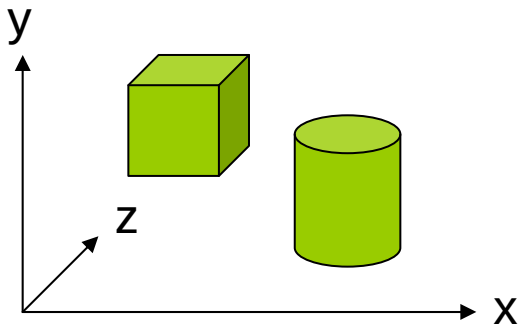
- ローカル(モデリング)座標系
  - オブジェクトの座標系



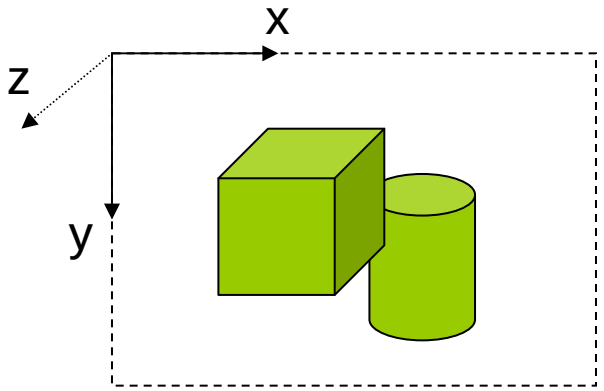
- 視点(カメラ)座標系



- ワールド座標系
  - 3次元世界の座標系

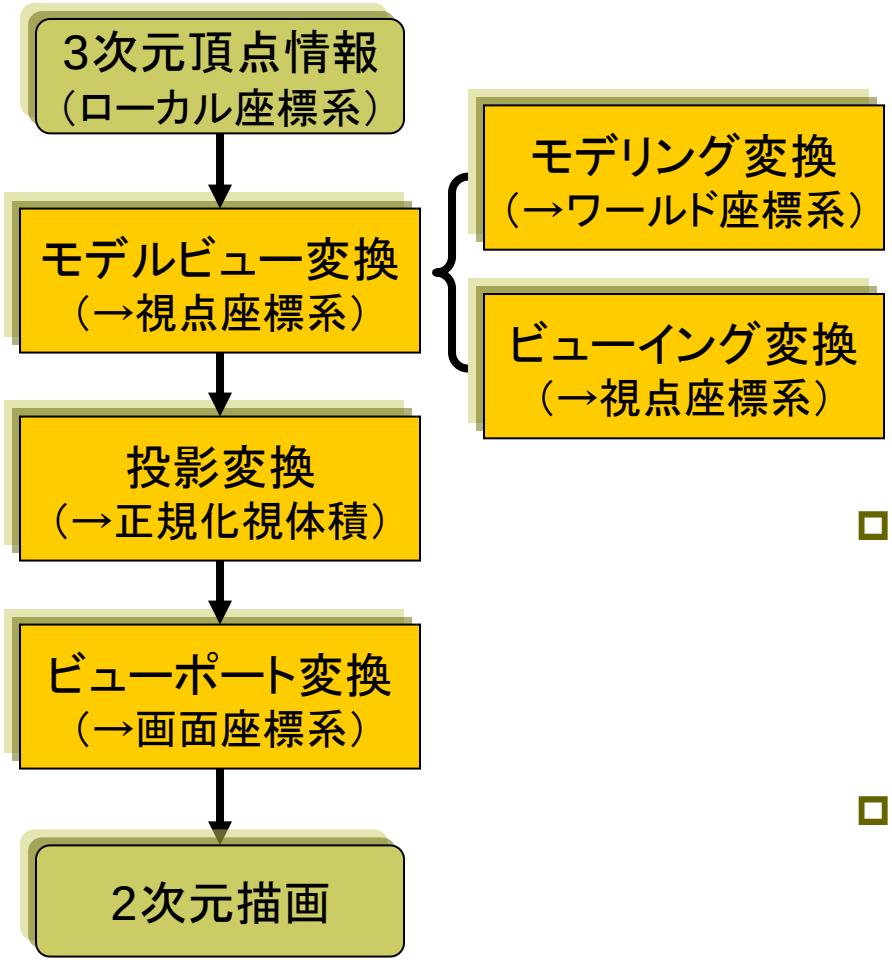


- 画面(デバイス)座標系



8.2 3DCGの座標変換(p.41)

- ビューイングパイプライン



- モデルビュー変換
  - オブジェクト(図形・物体)と視点(カメラ)の位置関係の設定
  - モデリング変換:
    オブジェクトの配置
  - ビューイング変換(視野変換):
    視点の位置設定
  - translate(), scale(), rotate{X,Y,Z}(), camera()
- 投影変換(次回)
  - 投影面へ(正規化視体積へ)
  - 平行投影: ortho()
  - 透視投影: perspective()
- ビューポート変換
  - 正規化視体積から画面座標へ(自動)

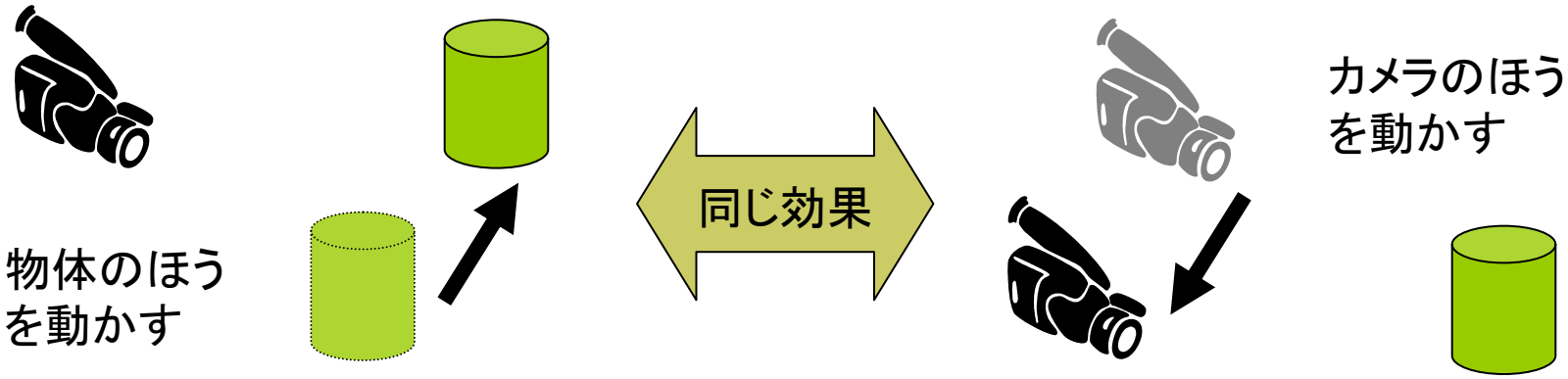
8.3 モデルビュー変換

モデリング変換

- オブジェクトの位置設定
  - 目的：ワールド座標系に個々の3Dモデルを配置する
  - 変換前座標系：ローカル座標系
  - 変換後座標系：ワールド座標系

ビューイング変換（視野変換）

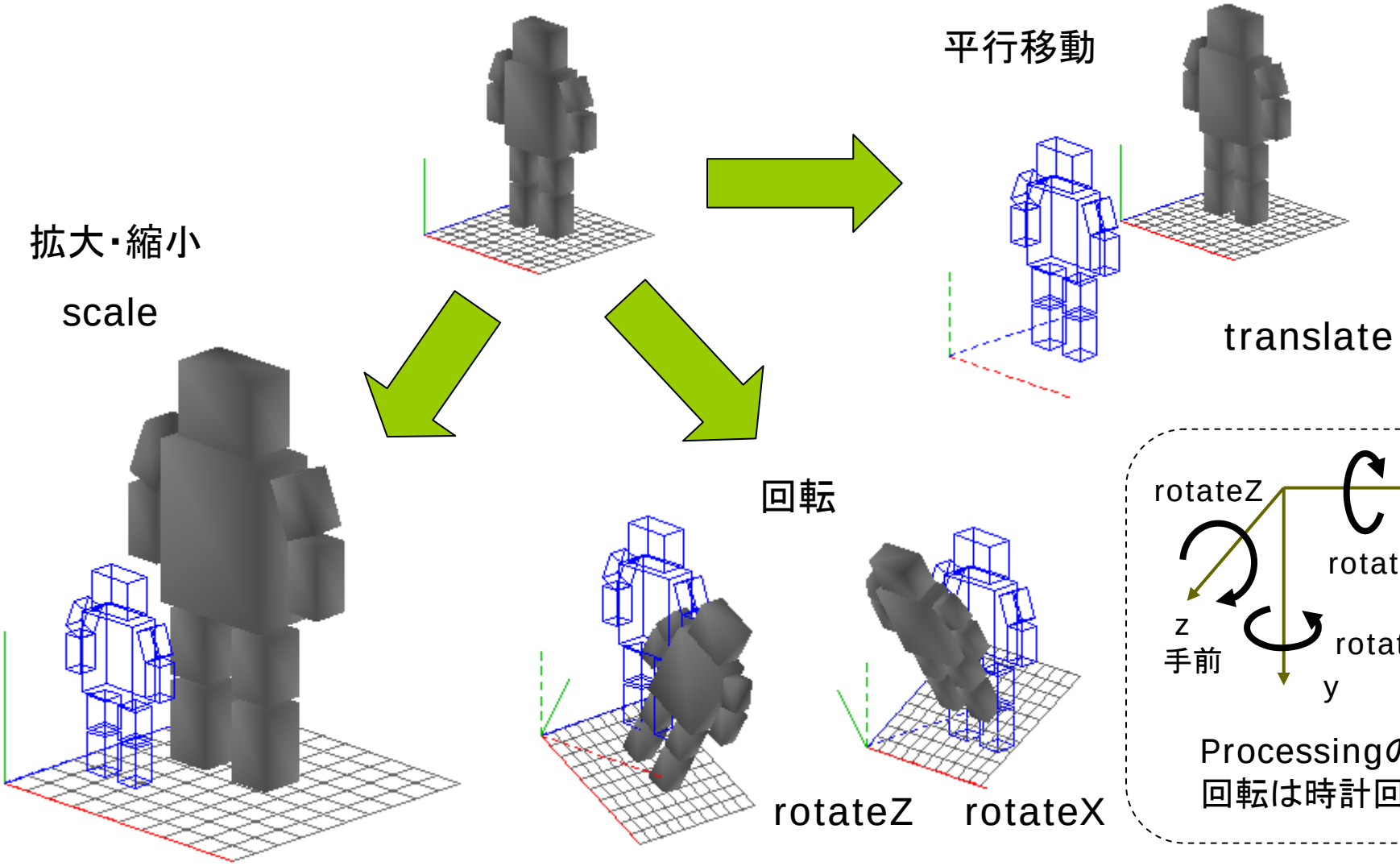
- 視点（カメラ）の位置設定
  - 目的：投影計算のために，座標の原点を視点に移動する
  - 変換前座標系：ワールド座標系
  - 変換後座標系：視点座標系



これらの変換は「逆の関係」なので，
計算上は1つの変換行列に合成される

モデルビュー変換

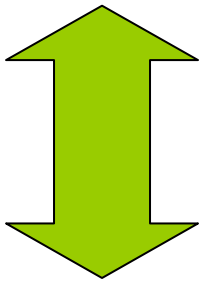
8.4 3次元幾何変換(p.28)



8.5 3次元同次座標(p.28)

3次元同次座標

$$(x,\ y,\ z,\ w)$$



同次座標

直交座標

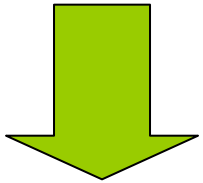
$$\left(\frac{x}{w},\ \frac{y}{w},\ \frac{z}{w}\right)$$

通常，w＝1で用いる

$$(x,\ y,\ z)$$

同次座標によるアフィン変換

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix}$$



数学的に
より簡便な表記

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & t_x \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & t_y \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

8.6 3次元幾何変換(1)

3次元アフィン変換(1)

- 平行移動

$$x' = x + t_x$$
$$y' = y + t_y$$
$$z' = z + t_z$$

- 拡大・縮小

$$x' = s_x\, x$$
$$y' = s_y\, y$$
$$z' = s_z\, z$$

同次座標系を用いた表現

- 平行移動

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

- 拡大・縮小

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

8.7 3次元幾何変換(2)

- z軸まわりの回転

$$x' = x\cos\theta - y\sin\theta$$
$$y' = x\sin\theta + y\cos\theta$$
$$z' = z$$

- x軸まわりの回転

$$x' = x$$
$$y' = y\cos\theta - z\sin\theta$$
$$z' = y\sin\theta + z\cos\theta$$

- y軸まわりの回転

$$x' = z\sin\theta + x\cos\theta$$
$$y' = y$$
$$z' = z\cos\theta - x\sin\theta$$

- z軸まわりの回転

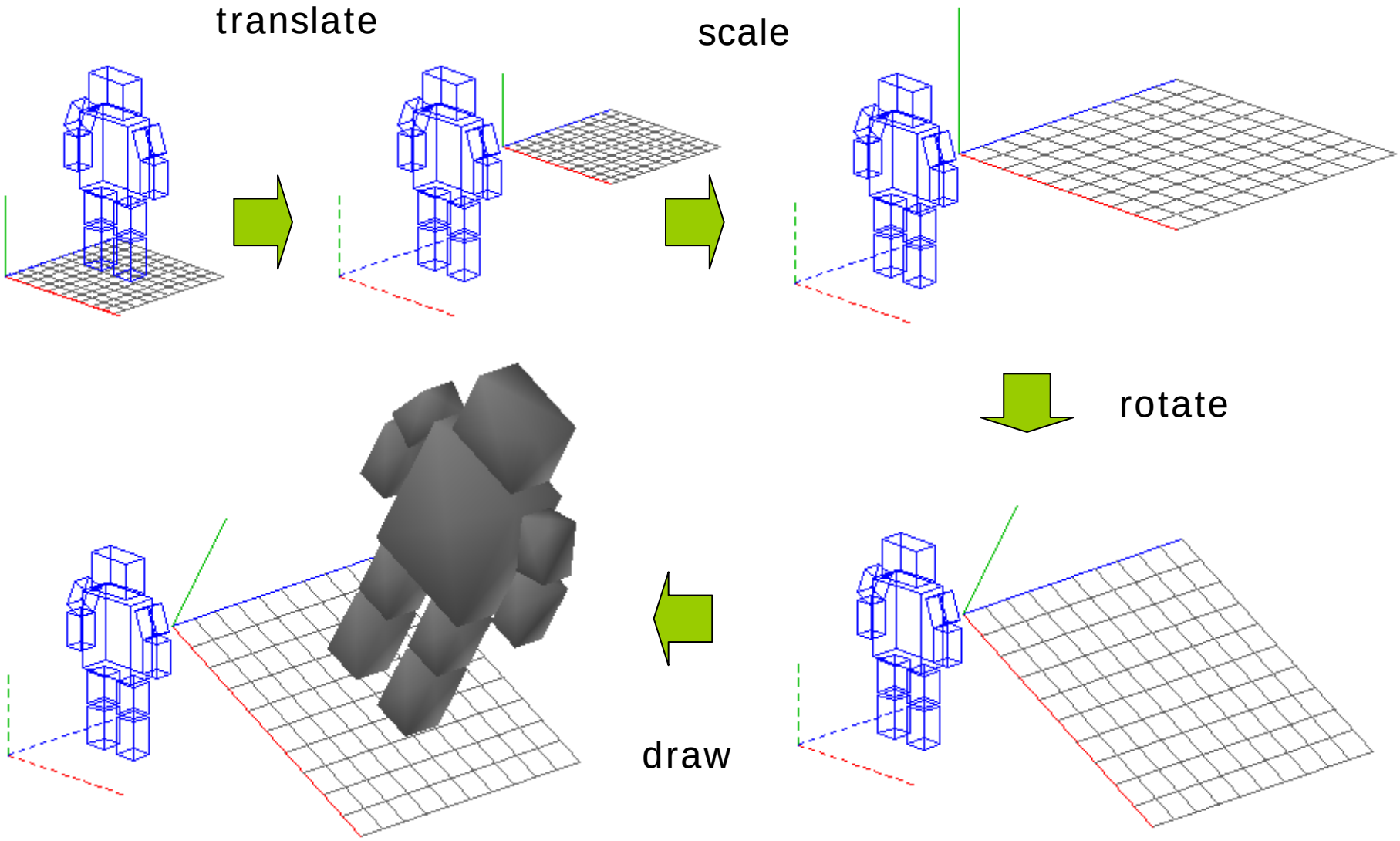
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

- x軸まわりの回転

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

- y軸まわりも同様

8.8 幾何変換の合成(p.31)



8.9 3次元合成変換行列

合成変換の数学表現

- 同次変換行列の積になる

$$P_{world} = M_1 M_2 M_3 \cdots M_n P_{local}$$

$$M = M_1 M_2 M_3 \cdots M_n$$

- Processingコード

```
translate(0, 100, 300); // M1
scale(2, 2, 2); // M2
rotateZ(PI/6); // M3
// 図形描画...
```

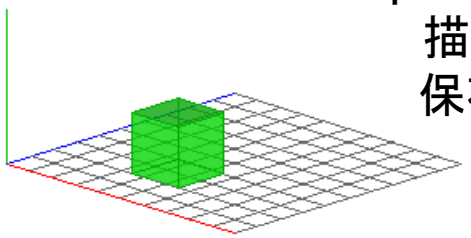
$$\begin{bmatrix} x_{world} \\ y_{world} \\ z_{world} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 100 \\ 0 & 0 & 1 & 300 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\pi/6) & -\sin(\pi/6) & 0 & 0 \\ \sin(\pi/6) & \cos(\pi/6) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{local} \\ y_{local} \\ z_{local} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_{world} \\ y_{world} \\ z_{world} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & -1 & 0 & 0 \\ 1 & \sqrt{3} & 0 & 100 \\ 0 & 0 & 2 & 300 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{local} \\ y_{local} \\ z_{local} \\ 1 \end{bmatrix}$$

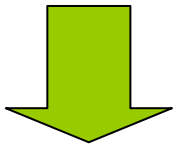
$$\therefore M = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & -1 & 0 & 0 \\ 1 & \sqrt{3} & 0 & 100 \\ 0 & 0 & 2 & 300 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

8.10 変換行列の操作(p.45)

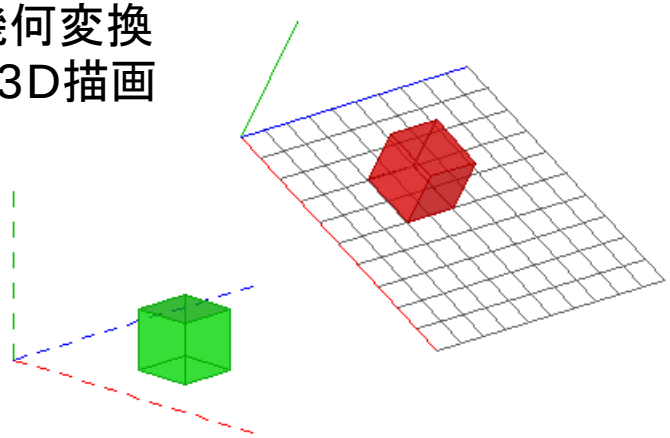
複数オブジェクトの配置



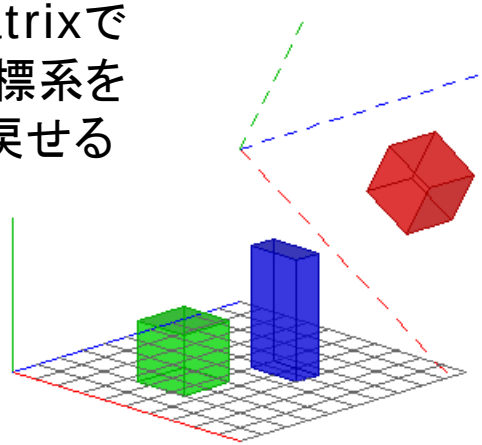
pushMatrixで
描画座標系
保存しておく



幾何変換
と3D描画



popMatrixで
描画座標系を
もとに戻せる



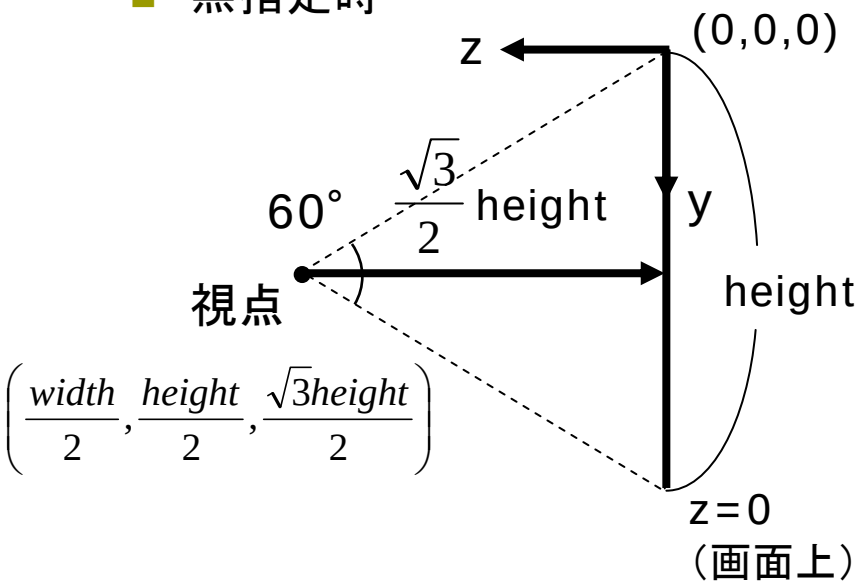
行列スタックの操作

- pushMatrix()
  - 変換行列(描画座標系)を一時的に退避する
  - 階層モデリングに利用される
- popMatrix()
  - 最近保存した変換行列を戻す
  - pushとpopは必ず対にすること

8.11 ビューイング変換(p.42)

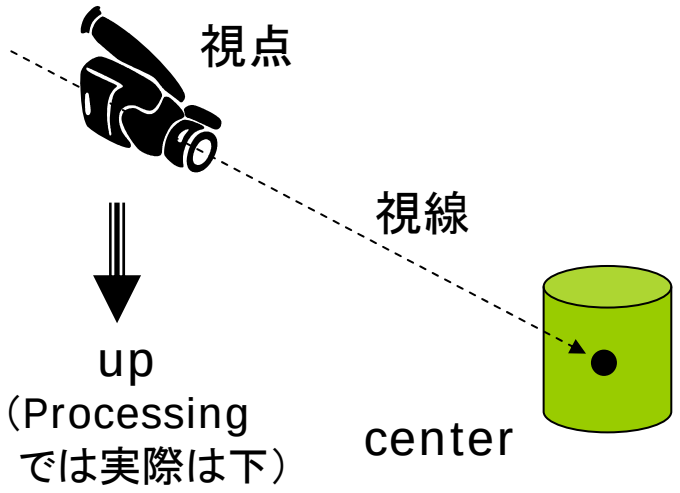
ビューイング変換(視野変換)

- 視点と視線の設定
  - 原点を視点に移動する変換(ワールド座標系→視点座標系)
  - (逆の)モデリング変換で代用しても，数学的には等価
- Processingのデフォルト
  - 無指定時



視点設定関数

- camera(eyeX, eyeY, eyeZ, centerX, centerY, centerZ, upX, upY, upZ)
  - eye: カメラ(視点)の座標
  - center: カメラで狙う座標
  - up: 上下方向を示すベクトル
  - **モデリング変換より前に書くこと**



8.12 演習課題

課題

問1) 横400×縦200のウィンドウを開いたときのデフォルトのビューイング変換を同次変換行列で示しなさい

- 次回，**A4レポート用紙**で提出
- 視点（8.11の図を参照）を新しい原点にする平行移動

問2) 複数のbox関数やsphere関数を使って，立体の文字・記号・マーク等を組み立てて表示するプログラムを作成しなさい

- 複数の図形を組み合わせていないものはダメ（棒1本で「I」など）
- 形がよく分かるように，回転など動きをつけるとよい

```
//「イ」と書く例
void draw() {
  background(0);
  lights();
  perspective();
  translate(width/2, height/2, 0);
  rotateY(PI/6);
  fill(#ff5050); noStroke();
  pushMatrix();
    translate(-10, -30, 0);
    rotateZ(-PI/4);
    box(200, 50, 50);
  popMatrix();
  pushMatrix();
    translate(0, 50, 0);
    box(50, 150, 50);
  popMatrix();
}
```