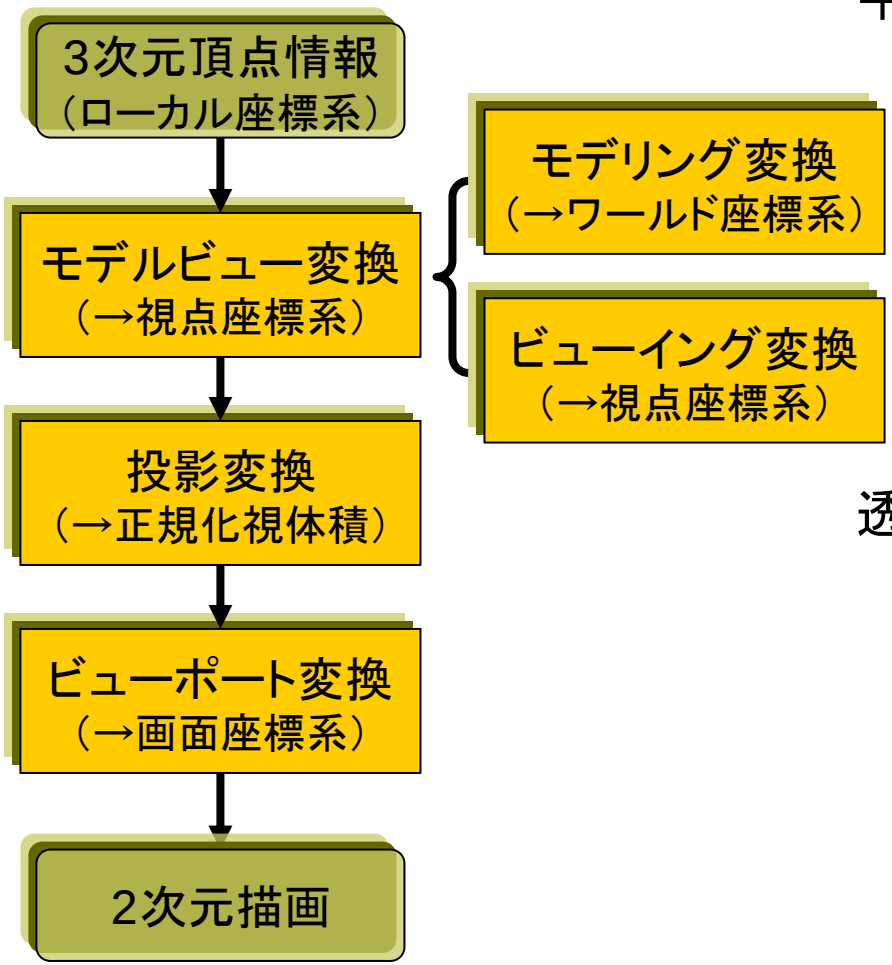
Graphics with Processing

2006-9 投影変換とポリゴン描画

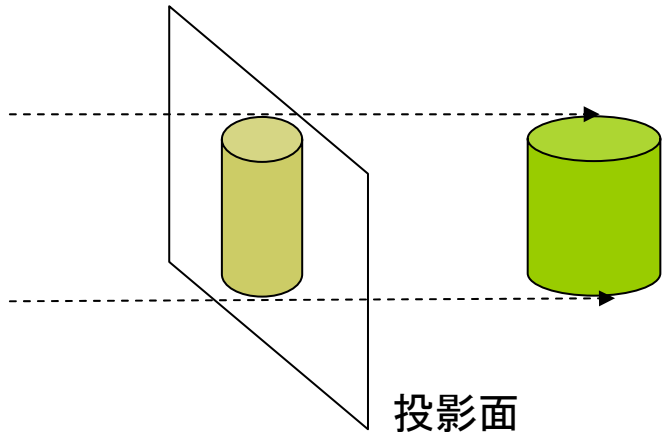
http://vilab.org

塩澤秀和

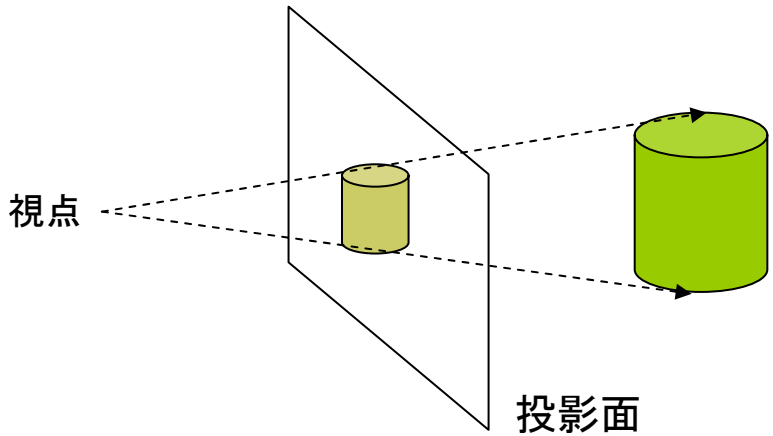
9.1 投影変換



平行投影



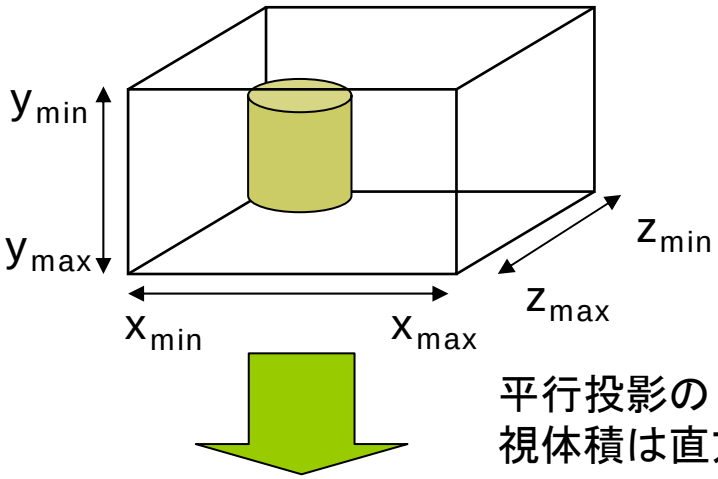
透視投影



9.2 平行投影とビューポート変換

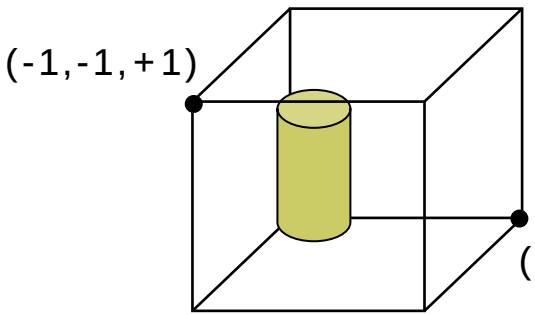
平行投影

- 視体積＝「見える領域」



平行投影の
視体積は直方体

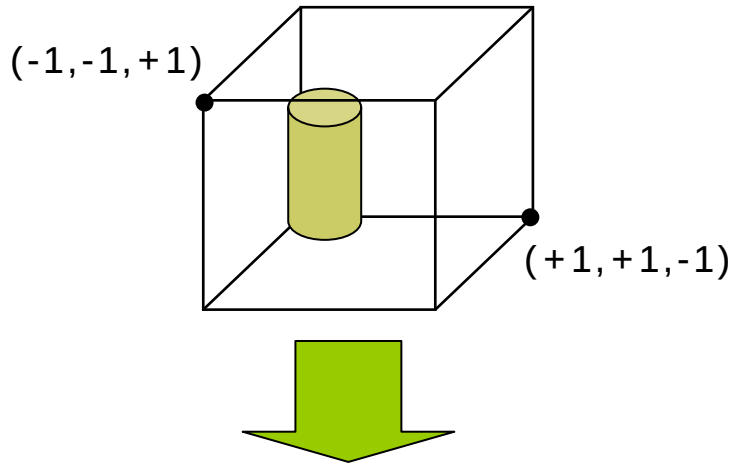
- 正規化視体積



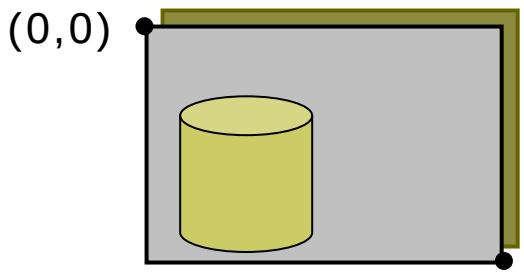
各座標を
-1～+0
に正規化

ビューポート変換

- 正規化視体積



- ビューポート座標

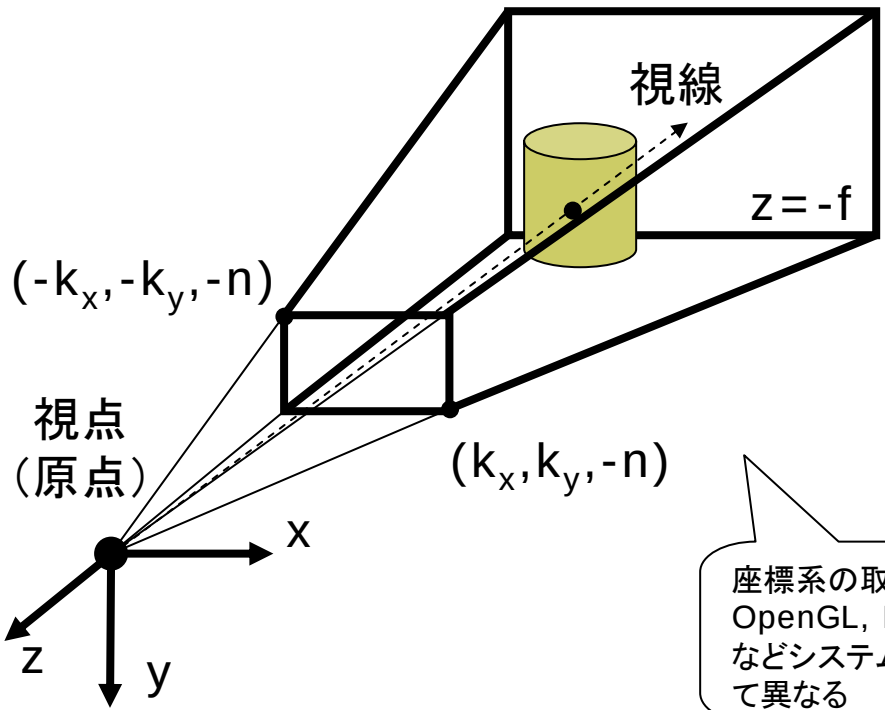


画面サイズに
引き伸ばす

9.3 透視投影

視体積

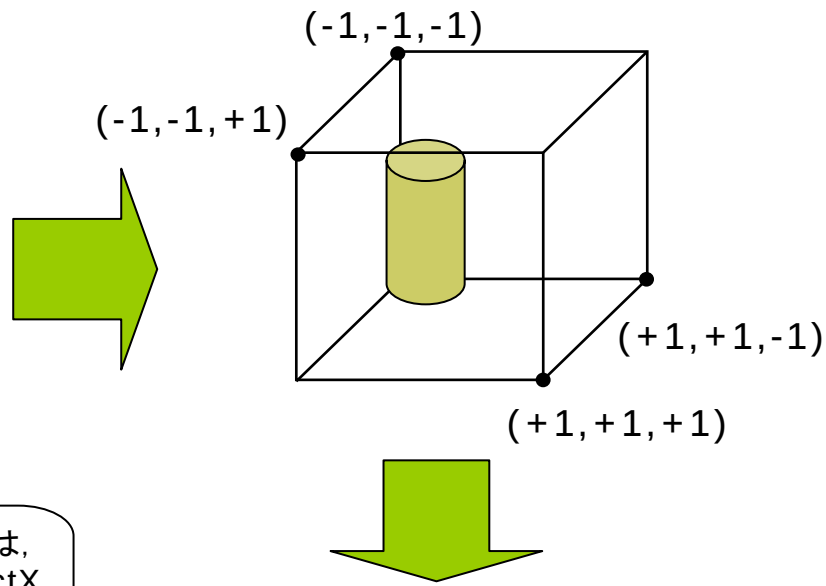
- 透視投影の視体積は四角錐台
  - Processingでは y軸が下向き
  - 視線は -z方向



座標系の取り方は，OpenGL，DirectXなどシステムによって異なる

正規化視体積

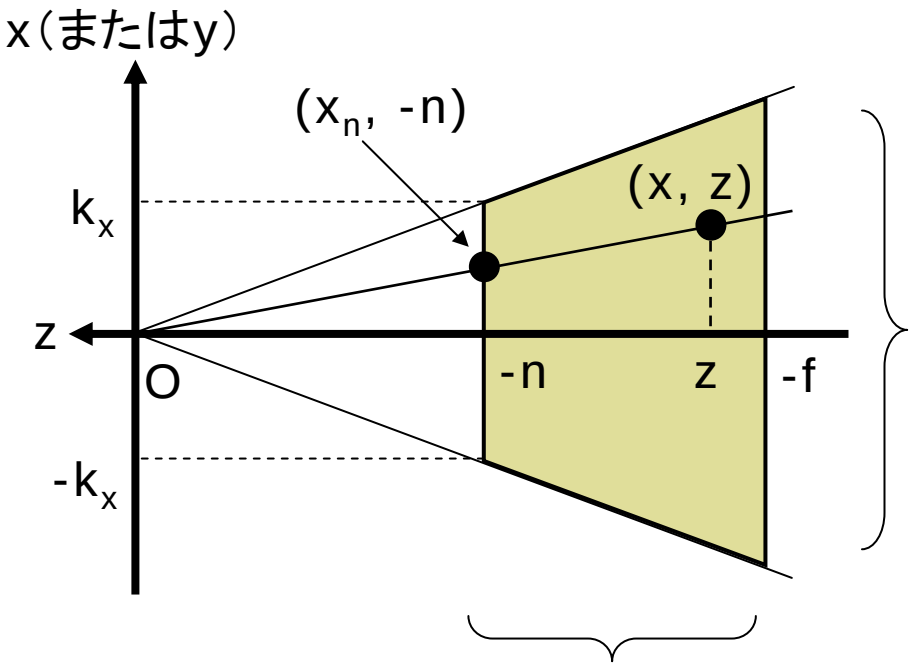
- 正規化
  - 平行変換と同様に，x,y,z座標の値を-1～＋1の範囲に収める
  - 四角錐台 → 立方体



ビューポート変換

9.4 透視投影の計算

視体積の正規化



三角形の相似より（z<0に注意）

$$x_n : n = x : -z \quad \text{（y軸も同様）}$$

$$\therefore\ x_n = x \cdot \frac{n}{-z},\quad y_n = y \cdot \frac{n}{-z}$$

x,y座標を-1～+1の範囲に収める

$$x_p = \frac{x_n}{k_x} = \frac{n}{k_x} \cdot \frac{x}{-z}$$

$$y_p = \frac{n}{k_y} \cdot \frac{y}{-z}$$

z座標も，-1～+1の範囲に収める

z=-n のとき z_p=+1

z=-f のとき z_p= -1

OpenGLの採用している計算式 →

$$z_p = -\frac{z(f+n)+2fn}{-z(f-n)}$$

9.5 透視投影行列

透視投影行列の算出

- 正規化視体積での座標
  （＝正規化デバイス座標）

$$x_p = \frac{n}{k_x} \cdot \frac{x}{-z}, \quad y_p = \frac{n}{k_y} \cdot \frac{y}{-z}$$

$$z_p = -\frac{z(f+n)+2fn}{-z(f-n)}$$

- 同次座標に変換
  - x,y座標の都合でw'=-zとする

$$\begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ w' \end{pmatrix} \qquad \begin{aligned} x' &= w' x_p \\ y' &= w' y_p \\ z' &= w' z_p \end{aligned}$$

- 同次座標を計算

$$x' = \frac{n}{k_x} x, \quad y' = \frac{n}{k_y} y$$

$$z' = -\frac{f+n}{f-n} z - \frac{2fn}{f-n}$$

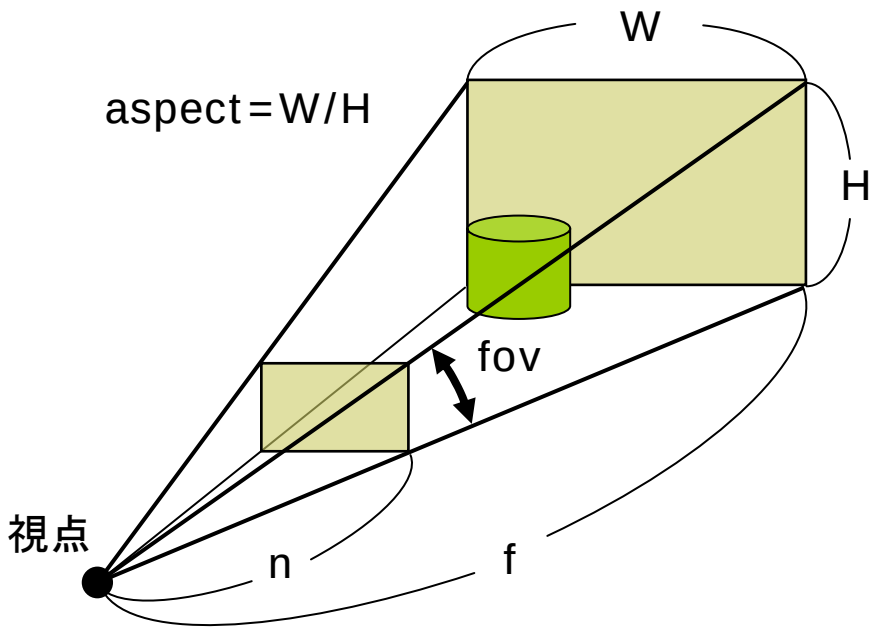
- 透視投影行列
  - 上記の同次行列表現

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ w' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{n}{k_x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{n}{k_y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{f+n}{f-n} & -\frac{2fn}{f-n} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

9.6 透視投影関数(7.3参照)

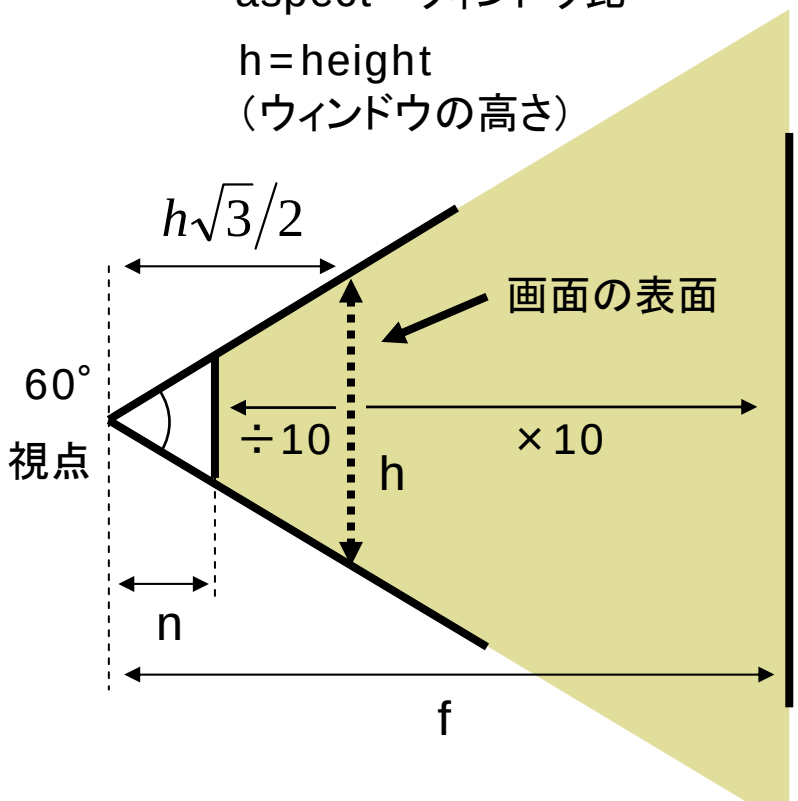
透視投影関数

- perspective(fov, aspect, n, f)
  - ただし，すべての引数はゼロ以外
  - aspectは，floatで計算すること
  - 遠・近クリッピング（n, f）は不正確（OpenGLウィンドウなら正確）



- 無指定時の視体積
  - perspective()を呼ばない場合
  - または，引数なしで呼んだ場合

aspect＝ウィンドウ比
h＝height
（ウィンドウの高さ）



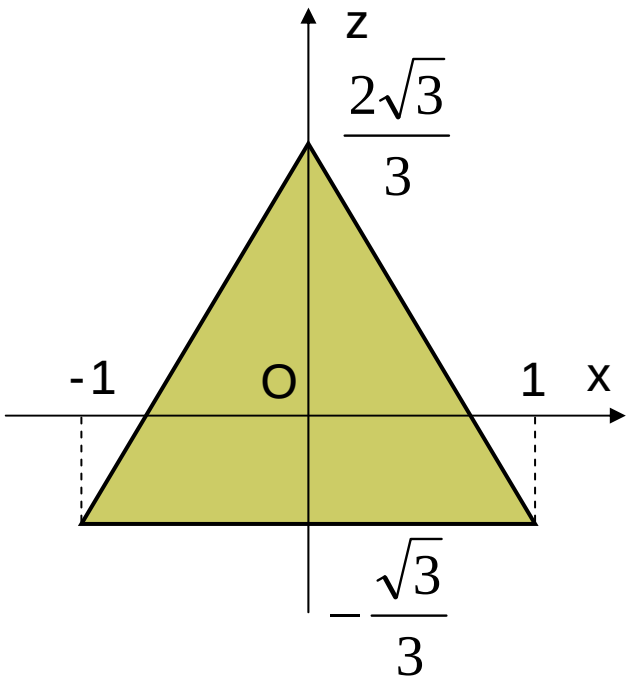
9.7 ポリゴン描画

ポリゴン描画

- box, sphere以外のオブジェクトは，多角形の集合で描画する

- 例）三角柱を描画する
  - 幅＝2（-1≦x≦1），原点に重心，高さ＝2（-1≦y≦1）

真下から見た図

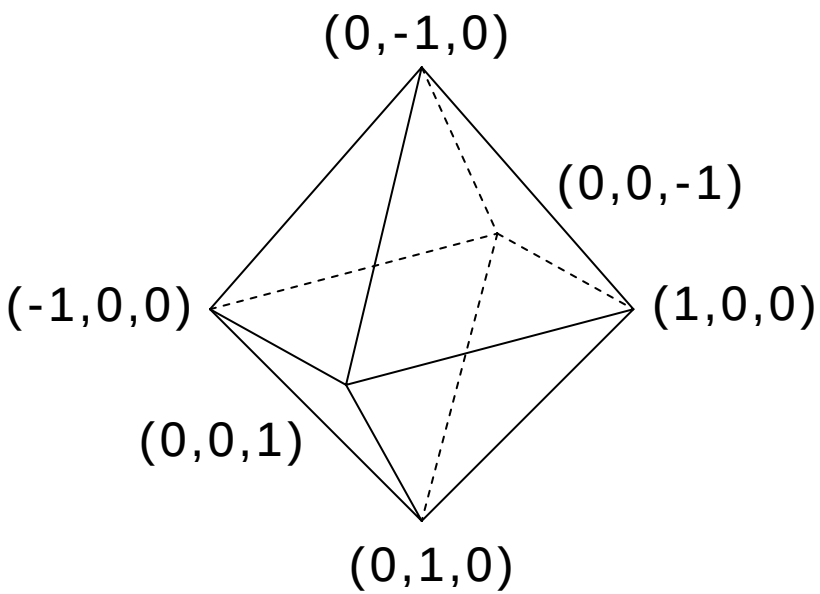



```
void prism3() {
  float g = sqrt(3) / 3.0;
  beginShape(QUAD_STRIP);
    vertex(1, -1, -g);   vertex(1, 1, -g);
    vertex(0, -1, g*2); vertex(0, 1, g*2);
    vertex(-1, -1, -g);  vertex(-1, 1, -g);
    vertex(1, -1, -g);   vertex(1, 1, -g);
  endShape();
  beginShape(TRIANGLES);
    vertex(1, -1, -g);   vertex(0, -1, g*2);
    vertex(-1, -1, -g);  vertex(1, 1, -g);
    vertex(0, 1, g*2);  vertex(-1, 1, -g);
  endShape();
}
```

9.8 演習課題

課題

- 正八面体を描画するプログラムを作成しなさい
  - 8枚の正三角形を描画する
  - beginShape()でTRIANGLESかTRIANGLE_FANを用いる
  - 下図に座標値の例を示した



- 三角形の描画例

```
scale(適当な倍率)
beginShape(TRIANGLES);
  vertex(1, 0, 0);
  vertex(0, 0, 1);
  vertex(0, 1, 0);
  // さらに必要な枚数の三角形
endShape();
```

参考（演習とは無関係）

- OpenGLウィンドウ
  - より正確な3D描画
  - プログラム冒頭

    ```
    import processing.opengl.*;
    ```
  - ウィンドウオープン

    ```
    size(幅, 高さ, OPENGL);
    ```